



学校だより



<https://shibuya.schoolweb.ne.jp/haragaij>

「正解の無い課題」に向かってチームで探究を続ける

校長 駒崎 彰一

西宮市立西宮高校（兵庫県西宮市高座町）の3年生4人が「三角比の定理」などを用いて証明した「円周率の新しい求め方」がオーストラリアの大学が発行する数学雑誌に掲載され話題になっています。

高校までで学ぶ公式などを使って証明することは困難とされた「円周率」。授業の一環で取り組み、新たな証明方法として、高く評価されました。携わった生徒たちは「答えのない研究だったが、成果を出せて安心した」とコメントしています。4人は14ページにわたる論文にまとめ、先生も英訳の補助を行ったそうです。今回掲載されたのは、オーストラリア国立ニューサウスウェールズ大学が発行する「Parabola」59号（4月30日付）で、特に注目すべき記事として取り上げられています。（右下画像_「Parabola」59号より論文一部抜粋）

研究を始めたのは、1年生の時の2021年9月。身近な疑問を出発点に深く探究する授業の中で、高校受験の問題集から着想を得たのが、「円の面積と内接する多角形の面積は近似する」というテーマだったそうです。4人は週1回の授業で、それぞれの知識や解法を議論し試行錯誤していきます。「この解法ならできるとしても、計算していくうちに複雑化していき、1回の授業では何も得られないこともあった」と当時を振り返っています。半年ほどかけて試行錯誤を続け、高校1年で習う「三角比の定理」などを用いて、スムーズに証明できることが分かったそうです。

この授業を担当した先生は「私がほとんど口を挟むことなくやっていた。円周率の証明は伝統があるが、高校生が学ぶ知識で解けたということに大きな意義がある。数学界でいうと“エレガント”な証明です」とコメントしています。

この取組を終え、4人は「答えにたどり着くまでの過程を導くために、自分たちなりに試すことに楽しさを感じた」「諦めないで続けていけば道は開ける、という自信につながった。これからも大好きな数学に関わっていきたい」と語っています。

オーストラリア国立ニューサウスウェールズ大学数学誌「Parabola」59号

https://www.parabola.unsw.edu.au/files/articles/2020-2029/volume-59-2023/issue-1/vol59_no1_7.pdf

本校の生徒は、体育祭や修学旅行という学校行事を、主体的に創り上げていく中で「正解の無い課題」に向かってチームで探究を続けること」繰り返し体験してきていると思います。

この経験を日々の各教科の学びと結び付けてほしいと思います。

いま授業で学んでいる知識を使うと・・・どのようなことができるのか？
毎日の「学び」の中で仲間とともに探究することを続け、学びを楽しんでほしいと思います。

Parabola Volume 59, Issue 1 (2023)

An elementary proof that the regular polygon is the largest among polygons that are inscribed in a circle

Rikuto Tanaka, Jinya Miyamoto, Yuki Maruo, Keita Nakayama¹ and Ryohei Miyadera²

1 Introduction

In this article, we present an elementary proof of the following fact.

(*) A regular polygon has the largest area among all polygons inscribed in a circle.

In this statement, it is assumed that all polygons have the same number of sides.

Most proofs for (*) require sophisticated knowledge of calculus. Jensen's inequality was used in [1], which is difficult for most high school students to prove. It is relatively easy to make a polygon of a larger area from an irregular polygon by making two neighbouring sides of the same length; this fact is sometimes presented as proof that the regular polygon has the largest area among polygons that are inscribed in a circle, but we need an advanced theorem to obtain rigid proof using this line of argument. Section 5 presents an outline of the proof presented in [2] because this proof demonstrates the difficulty of proving (*). We treat the case of polygons that have an even number of sides in Section 2, and the proof is elementary. This requires a high school freshman's knowledge, although the calculation is complicated, and we used the knowledge of geometric progressions.

We prove the case of (*) with n sides for an arbitrary natural number n in Section 3; this result generalises that of Section 2. In Section 3, we use a series of skilful techniques. The importance of Section 2 is that it only requires elementary knowledge of mathematics and is intuitively easy to understand.

The results in Sections 2 and 3 can be understood intuitively by many high-school students and can be introduced in the classroom. Most of the proofs were made by four Japanese high-school students, although a mathematician made them mathematically rigid.

Theorem 5 in Section 3 can be applied to other problems, and we present a problem for which this theorem is applied.

¹Students at Nishinomiya City High School, Japan

²Ryohei Miyadera is a mathematician and the mathematics advisor at Keimeij Gakuin, Japan.

2 The area of polygons with an even number of sides

Let n be a natural number. In this section, we treat only polygons with $2n$ sides. Here, we only use elementary geometry and some intuitive knowledge of the limits of sequences. Two types of operations are required for a finite number sequence.

Definition 1. We define two operations (a) and (b) on any finite sequence a_1, a_2, \dots, a_{2n} :

(a) This operation creates the sequence

$$\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_2 + a_3}{2}, \frac{a_3 + a_4}{2}, \dots, \frac{a_{2n-1} + a_{2n}}{2}, \frac{a_{2n} + a_1}{2}.$$

(b) This operation creates the sequence

$$\frac{a_{2n} + a_1}{2}, \frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{a_2 + a_3}{2}, \dots, \frac{a_{2n-2} + a_{2n-1}}{2}, \frac{a_{2n-1} + a_{2n}}{2}, \frac{a_{2n} + a_1}{2}.$$

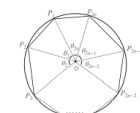


Figure 1: Polygon

Figure 2: Polygon after (a) operation

Let O be the centre of the circles in Figure 1 and 2. We start with the polygon in Figure 1 and apply operation (a) to the central angles $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2n}$. We thereby obtain the polygon in Figure 2 with the central angles $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n$. This procedure is used to prove in Theorem 2.

Theorem 2. For each integer $n \geq 2$, the regular $2n$ -sided polygon has the largest area among all $2n$ -sided polygons inscribed in a given circle.

Proof. Let $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{2n}$ and $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ be the angles given in Figures 1 and 2, and note that

$$\gamma_1 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}, \gamma_2 = \frac{\theta_2 + \theta_3}{2}, \dots, \gamma_n = \frac{\theta_{2n-1} + \theta_{2n}}{2}, \dots, \gamma_n = \frac{\theta_{2n} + \theta_1}{2}$$

and that

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_{n-1} + \gamma_n = \pi. \quad (1)$$

体育祭 2023

5月13日(土)に予定されていた体育祭、雨天にて翌日14日(日)に延期したものの雨は降り続き・・・雨が止んだのは午前5時。校庭のコンディションの不良により18日(木)に再延期。

18日(木)は素晴らしい天候になりましたが、東京の気温は異例の32.2℃を記録。新型コロナウイルス感染症での制限のない「アフターコロナ」の暑い(熱い)体育祭となりました。



修学旅行 京都・奈良方面

5月25日(木)~27日(土) なんと体育祭から1週間後というハードスケジュールになりましたが充実した2泊3日となりました。



原宿外苑カフェサロン

Teachers Learning Day(月1回の教員研修の時間)の空いた時間に「中学生の居場所づくりプロジェクト」として、民生委員・主任児童委員さんの有志による、「原外カフェサロン(仮称)」が5月1日にスタートしました。生徒は無料で利用できます。



表彰

陸上競技部

- ・第74回東京都中学校陸上競技地域別大会 共通男子110mH 第7位 入賞 キングレイ(3C)
2年男子100m 第4位 入賞 村上永遠(2A)
- ・第6回江東区スプリングトライアル大会 共通男子4×100mR 秋元 村上 キング 大林 上位記録により東京都大会出場決定

	日	月	火	水	木	金	土
今月の 予定					1	2	3
					安全指導		
	4	5	6	7	8	9	10
		全校朝礼 TLD	避難訓練				
	11	12	13	14	15	16	17
		生徒朝礼		前期中間(始)	前期中間(終)	生徒総会	
	18	19	20	21	22	23	24
		水泳指導(始)	体力テスト	職員会議・研修会			
25	26	27	28	29	30		
	専門委員会		定期健康診断 (終)				

	日	月	火	水	木	金	土
来月の 予定							1
	2	3	4	5	6	7	8
		中央委員会	薬物乱用防止教室	職員会議・研修会			
	9	10	11	12	13	14	15
		生徒朝礼 TLD			安全指導		土曜授業 道徳授業地区公開
	16	17	18	19	20	21	22
		海の日	避難訓練		全校集会 職員会議・研修会	夏季休業日始 教育相談始	
	23	24	25	26	27	28	29
					教育相談終		
	30	31					